Een exponentiële functie

6 maximumscore 4

- Voor de x-coördinaat van A geldt $f'(x) = 0$ — 1
- $f'(x) = \dfrac{8 \cdot e^x - 8x \cdot e^x}{(e^x)^2}$ — 2
- Oplossen van $f'(x) = 0$ geeft $x = 1$ (dus de x-coördinaat van A is 1) — 1

7 maximumscore 4

- Onderzocht moet worden hoe ver de snijpunten van de lijn $y = 2$ met de grafiek van f uit elkaar liggen — 1
- Beschrijven hoe de oplossingen van de vergelijking $f(x) = 2$ berekend kunnen worden — 1
- De oplossingen zijn $x \approx 0,4$ en $x \approx 2,2$ — 1
- Het verschil tussen deze twee waarden van x is kleiner dan 2, dus het past niet — 1

of

- $f(a) = f(a+2)$ geeft $\dfrac{8a}{e^a} = \dfrac{8(a+2)}{e^{a+2}}$ — 1
- Beschrijven hoe de oplossing van deze vergelijking berekend kan worden — 1
- $a \approx 0,313$ — 1
- $f(0,313) \approx 1,8 < 2$, dus het past niet — 1

Vraag	Antwoord	Scores

8 maximumscore 5

- $f(x) = g_n(x)$ geeft $\dfrac{8x}{e^x} = \dfrac{8nx}{e^{nx}}$ — 1
- Dit geeft $8x \cdot e^{nx} = 8nx \cdot e^x$ — 1
- Dus $e^{(n-1)x} = n$ (of $x = 0$) — 2
- Dit geeft (voor $n > 0$) $(n-1)x = \ln n$, dus (voor $n > 0$ en $n \neq 1$) $x = \frac{1}{n-1}\ln n$ (dus de formule klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$) — 1

of

- (Voor $n > 0$ en $n \neq 1$ geldt) $g_n(\frac{1}{n-1}\ln n) = \dfrac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\frac{n}{n-1}\cdot \ln n}}$ — 1
- (Voor $n > 0$ en $n \neq 1$ geldt) $f(\frac{1}{n-1}\ln n) = \dfrac{8 \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\frac{1}{n-1}\ln n}}$ — 1
- Hieruit volgt $f(\frac{1}{n-1}\ln n) = \dfrac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{n \cdot e^{\frac{1}{n-1}\ln n}}$ — 1
- Dit geeft $f(\frac{1}{n-1}\ln n) = \dfrac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\ln n} \cdot e^{\frac{1}{n-1}\ln n}} = \dfrac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\ln n + \frac{1}{n-1}\ln n}}$ — 1
- Dus $f(\frac{1}{n-1}\ln n) = \dfrac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{(1+\frac{1}{n-1})\ln n}} = \dfrac{8n \cdot \frac{1}{n-1}\ln n}{e^{\frac{n}{n-1}\ln n}}$ (dus de formule klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$) — 1

9 maximumscore 4

- De rechtergrens van het gebied is gelijk aan $x_{snijpunt} = \frac{1}{2}\ln 3$ (of 0,549) — 1
- De gevraagde oppervlakte is $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}\ln 3} (g_3(x) - f(x))\,dx = \int_0^{\frac{1}{2}\ln 3} \left(\frac{24x}{e^{3x}} - \frac{8x}{e^x}\right)dx$ — 1
- Beschrijven hoe deze integraal berekend kan worden — 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,46 — 1